

Etap finałowy 27 lutego 2020

*Rozwiązanie każdego zadania przedstawić na osobnym arkuszu formatu A4.

*Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.

Zadanie 1. (7 punktów) À qui le tour ?

Zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim, używając co najmniej 30 słów.

Monsieur et Madame Propre habitent avec leurs quatre enfants dans une grande maison disposant de deux salles de bain. Ils aiment prendre leur petit-déjeuner en famille, ce qui rend l'occupation des salles de bain très compliquée. Madame Propre occupe la salle de bain 21 min et Monsieur Propre 15 min. Les enfants Justine, Samuel, Tristan et Nora l'occupent respectivement 14 min, 8 min, 13 min et 7 min.

La famille Propre prend le petit-déjeuner, ensemble, en 20 min. Tous quittent la maison à huit heures. Sachant que la famille souhaite dormir le plus longtemps possible, à quelle heure la première personne doit-elle aller dans une salle de bain ?

Donner une organisation possible.

La signora e il signor Propre abitano con i loro quattro figli in un grande appartamento con due bagni. Sono soliti fare colazione in famiglia e ciò complica l'uso dei bagni. La signora Propre occupa un bagno 21 minuti e il marito 15 minuti. I figli Justine, Samuel, Tristan e Nora li occupano rispettivamente 14, 8, 13 e 7 minuti.

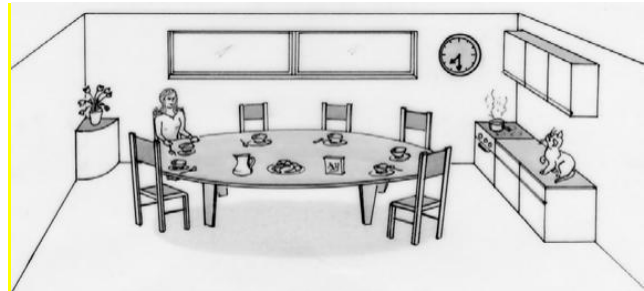
La famiglia Propre prevede 20 minuti per la colazione. Tutti escono alle otto del mattino. Poiché la famiglia desidera organizzarsi in modo che tutti possano dormire il più a lungo possibile, a quale ora i primi due devono accedere ai bagni?

Illustrate la loro organizzazione

El señor y la señora Propre viven con sus cuatro hijos en una casa grande con dos cuartos de baño. Les gusta desayunar en familia, lo que complica mucho la utilización de los cuartos de baño. La señora Propre ocupa el cuarto de baño 21 min y el señor Propre 15 min. Los hijos Justine, Samuel, Tristan y Nora lo ocupan 14 min, 8 min, 13 min y 7 min, respectivamente. La familia Propre desayuna, junta, en 20 min. Todos dejan la casa a las ocho de la mañana. Sabiendo que la familia desea dormir el mayor tiempo posible, ¿a qué hora debe ir la primera persona a un baño? Dar una posible organización.

Mr and Mrs Clean live with their four children in a big house with two bathrooms. They like to have breakfast with their family, which makes the use of the bathrooms very complicated. Mrs Clean uses a bathroom for 21 minutes and Mr Clean for 15 minutes. Their children Justine, Samuel, Tristan and Nora use a bathroom for 14, 8, 13 and 7 minutes respectively. The Clean family have breakfast together for 20 minutes. Everybody leaves the house at 8am. Knowing that the family likes to sleep as long as possible, at what time must the first person go to a bathroom? Give a possible timetable (for the family visiting a bathroom).

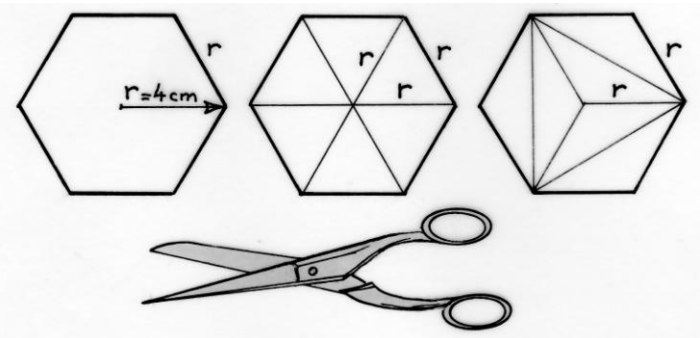
Die Familie Propper besteht aus 6 Personen - aus Herrn und Frau Propper und ihren 4 Kindern. Die Familie liebt es, morgens zusammen zu frühstücken. Vor dem Frühstück möchte natürlich jedes Familienmitglied ins Bad gehen. Im Haus der Familie Propper gibt es zwei Badezimmer. Frau Propper braucht morgens 21 Minuten im Bad, Herr Propper 15 Minuten. Die Kinder Justine, Samuel, Tristan und Nora brauchen 14, 8, 13 und 7 Minuten. Um 8 Uhr müssen alle aus dem Haus gehen. Das gemeinsame Frühstück dauert 20 Minuten. Wann muss das erste Familienmitglied ins Bad gehen, wenn alle so lange wie möglich schlafen wollen? Wie kann die Familie die Benutzung der Bäder am besten organisieren? Gebt eine Möglichkeit an.



Zadanie 2. (5 punktów) Wspaniały sześciokąt

Narysuj trzy sześciokąty foremne o boku długości 4 cm. Wytnij pierwszy sześciokąt, następnie wytnij z drugiego 6 trójkątów równobocznych, a z trzeciego 6 trójkątów równoramiennech, jak na przedstawionej obok ilustracji.

Z tych 13 części zbuduj sześciokąt foremny i przyklej go na karcie odpowiedzi. Oblicz długość boku tak zbudowanego sześciokąta. Uzasadnij odpowiedź.



Zadanie 3. (7 punktów) Mentalistka

Élyne twierdzi, że potrafi czytać w myślach.



Podaje Thomasowi kalkulator i daje mu następujące instrukcje:

- Pomyśl o trzycyfrowej liczbie i pomnóż ją przez 21.
- Teraz pomnóż wynik przez 3 lub 4 lub 5 lub 6.

- Podziel iloczyn przez 4, a następnie przez swoją pomyślaną liczbę.
- Dodaj swoją pomyślaną liczbę do wyniku.
- Jaki jest ostatni wynik na Twoim kalkulatorze? Wtedy Élyne patrzy Thomasowi prosto w oczy i mówi, jaką wybrał liczbę.

Wyjaśnij sposób rozumowania Élyne.

Zadanie 4. (5 punktów) Bieg z przewagą

Éloi i Martin biegną na 100 metrów. Po pierwszym biegu Éloi ma pięciometrową przewagę nad Martinem. Aby rewanż był sprawiedliwy, Éloi postanawia rozpocząć bieg 5 metrów przed linią startu. Martin i Éloi biegną oboje z tą samą prędkością, co poprzednim razem.



Kto wygra drugi bieg? Wyjaśnij.

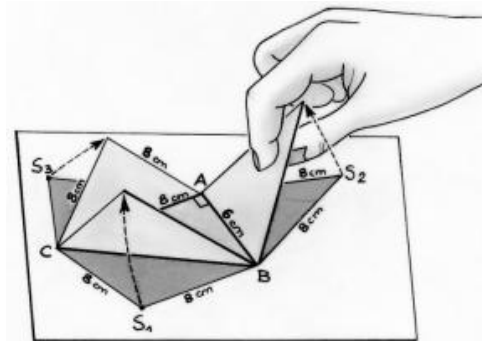


Zadanie 5. (7 punktów) Złożono - pomnożono

Antoni buduje czworościan, przestrzegając danych przedstawionych na rysunku obok. Chciałby obliczyć objętość czworościanu, ale nie wie, jak się za to zabrać. Jediną pomocną informacją, jaką znalazł w Internecie, jest następujący wzór:

$$\text{Objętość czworościanu} = \frac{\text{pole powierzchni podstawy} \times \text{wysokość}}{3}$$

Zbuduj siatkę podanego czworościanu i przyklej ją na karcie odpowiedzi. Oblicz jego objętość.

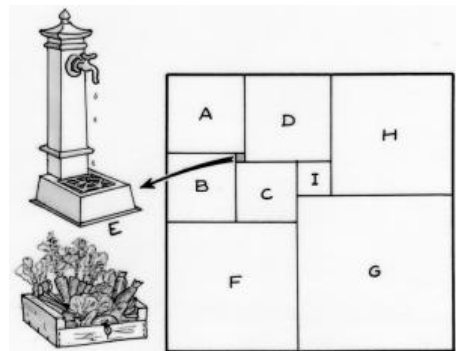


Zadanie 6. (5 punktów) Kwadratowy ogród

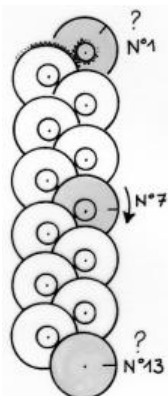
Wspólny ogród w Viereckheim jest wysepką zieleni w centrum dzielnicy „Z całego serca”, gdzie sąsiedzi uprawiają w atmosferze wzajemnej życzliwości owoce i warzywa. Ogród stworzono wyznaczając pod różne uprawy dziewięć kwadratów, tak jak przedstawiono na ilustracji obok.

Pole powierzchni kwadratu A wynosi 81 m^2 , a kwadratu B - 64 m^2 .

Czy ogród stworzony z połączenia tych dziewięciu kwadratów jest także kwadratem? Uzasadnij odpowiedź.



Zadanie 7. (7 punktów) A jednak się kręcił!



Oto zegar, który znajduje się w Centrum Nauki Dynamikum w Pirmasens, w Niemczech. Jest on złożony z 13 jednakowych kół zębatych. Każde duże koło zębate jest powiązane z wałkiem zębatym znajdującym się na tej samej osi. Wałek zębaty ma dokładnie siedem razy mniej zębów niż duże koło. Każdy wałek wprawia w ruch duże koło znajdujące się pod nim. Zatem każde koło wykonuje siedem razy mniej obrotów niż wałek zębaty, który je wprawia w ruch. Koło nr 1 jest tym, które wprawia w ruch wszystkie pozostałe.

Koło nr 7 wykonuje dokładnie jeden obrót w 24 godziny.

Określ kierunek obrotu koła nr 1 i podaj przybliżoną liczbę obrotów tego koła na sekundę.

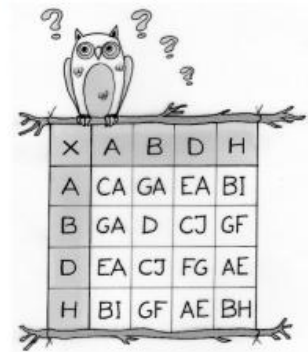
Określ kierunek obrotu koła nr 13 i liczbę lat potrzebnych do wykonania jednego obrotu.

Wyjaśnij.

Zadanie 8. (5 punktów) Odszyfruj litery

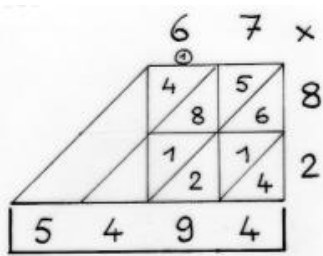
Każda litera na podanej tabliczce mnożenia przedstawia jedną różną cyfrę od pozostałych.

Przerysuj tabliczkę mnożenia zastępując każdą z liter odpowiednią cyfrą.

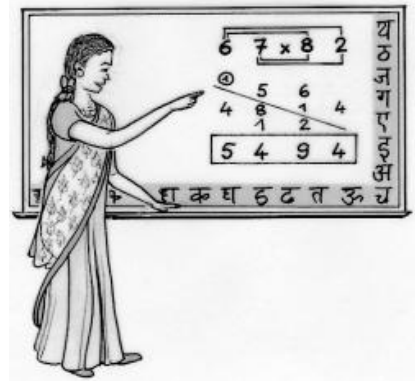


Zadanie 9. (7 punktów) Mnożenie bez granic

W XIV i XV wieku często używano mnożenia *per gelosia*. Nazwa *per gelosia* pochodzi od „żaluzji”, w których światło przechodzi po przekątnej i które pozwalają na obserwowanie przez okno bez bycia widocznym.



W dzisiejszych czasach podobnej techniki używa się w Indiach. Ilustracje przedstawiają mnożenie 67 przez 82 przy użyciu obu technik.

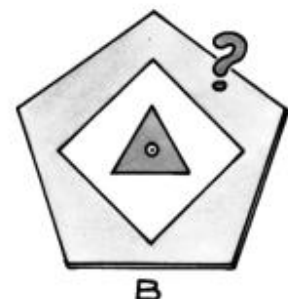
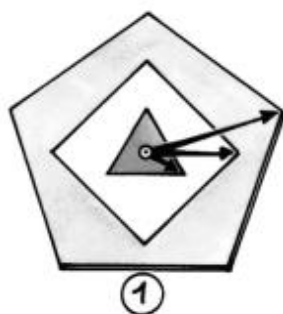
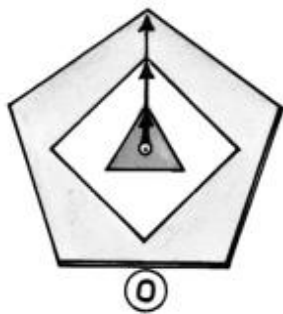


Zapisz i rozwiąż mnożenie 37 przez 546 używając obu technik.

*****88

Zadanie 10. (10 punktów) We właściwym czasie

Minutnik składa się z trzech wielokątów: trójkąta, kwadratu i pięciokąta. W każdym pięciokącie jedna wskazówka wskazuje jeden z jego wierzchołów. W pozycji wyjściowej oznaczonej 0, wszystkie trzy wskazówki nakładają się. Z każdą minutą, każda wskazówka przechodzi do następnego wierzchołka, przemieszczając się zgodnie z ruchem wskazówek zegara; znajduje się zatem w pozycji 1 po pierwszej minucie.



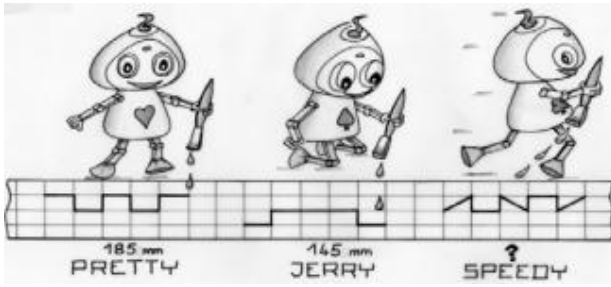
Dzięki pozycji wyjściowej określ liczbę minut, które muszą upłynąć, aby wskazówki znalazły się po raz pierwszy w pozycji A.

Następnie na figurze B narysuj wszystkie trzy wskazówki, tak, aby odpowiadały upłygnięciu 51 minut.

Jakie wielokąty należałoby wybrać, aby stworzyć minutnik z trzech wielokątów, który powraca do pozycji wyjściowej po upływie 105 minut?

Zadania dodatkowe dla I klas liceum lub technikum

Zadanie 11. (5 punktów) Aj Caramba

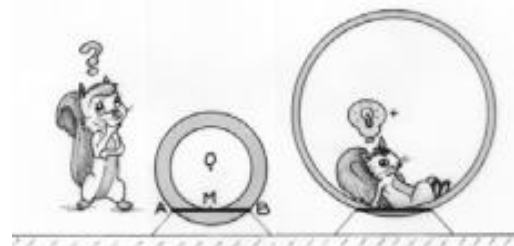


Trzy roboty rysują na kartce w prostokąty linię łamaną, każdy swoją.
Na ilustracji schematycznie zaznaczono ich drogi linią ciągłą. Pretty przebył 185 mm, a Jerry 145 mm.
Przy pomocy ilustracji ustal długość drogi Speedy'ego. Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 12. (7 punktów) Pole wieńca

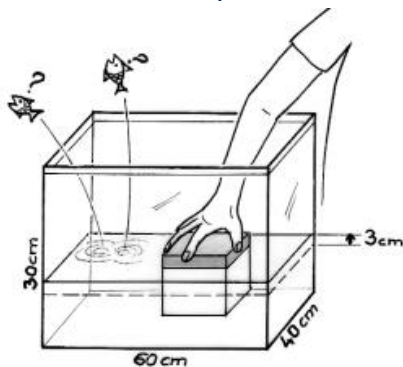
Roman i Emilia otrzymali dwie różne figury, używając tego samego programu konstrukcyjnego. Oto on:

- narysować odcinek $[AB]$ o długości 4 cm;
- narysować okrąg o środku O , przechodzący przez punkty A i B ;
- umieścić punkt M pośrodku odcinka $[AB]$;
- narysować okrąg o promieniu $[OM]$;
- pokolorować pole powierzchni otrzymanego w ten sposób okrągłego wieńca.



Narysuj dwie różne figury, zgodnie ze wskazówkami podanego programu konstrukcyjnego.
Porównaj pokolorowane pola powierzchni. Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 13 (10 punktów) Naczynie do zabawy! (dla I klas szkół ogólnokształcących)



Jan i Paweł chcą zrobić tak, aby woda zawarta w naczyniu w kształcie prostopadłościanu, o wymiarach: długość - 60 cm, szerokość - 40 cm i wysokość - 30 cm, przelewała się.

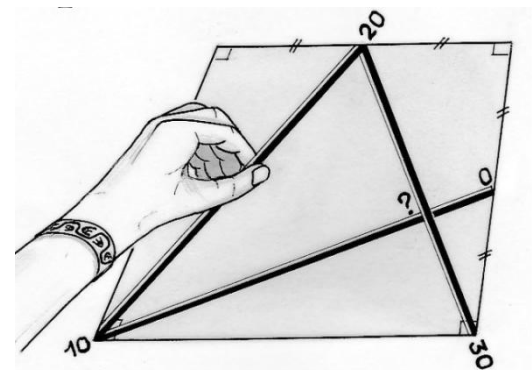
Chłopcy wstawiają do niego, na zmianę, jednakowe sześciany o krawędzi 20 cm. Sześciany są na tyle ciężkie, że można je ustawić na dnie naczynia, jeden obok drugiego. Po wstawieniu pierwszego sześcianu, Jan stwierdza, że woda podniosła się o 3 cm i że sześcian nie jest całkowicie zanurzony.

Określ, który z chłopców wstawi sześcian, który sprawi, że woda zawarta w naczyniu się przeleje. Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 13 (10 punktów) Tak się składa (dla I klas technikum)

Pewien płytkarz położył na kwadratowej płytce swoją składaną linijkę, złożoną z trzech dziesięciocentymetrowych części. Niestety, nie widać całej podziałki.

0 z podziałki na linijce styka się ze środkiem jednego boku, 10 z jednym wierzchołkiem, 20 z innym środkiem, a 30 z innym wierzchołkiem. Patrz ilustracja obok.



Wykonaj możliwie najbardziej precyzyjny rysunek w skali 1:1 i podaj wymiary użytej płytki.

Z dokładnością do milimetra, podaj zapis na podziałce na przecięciu dwóch części linijki.