IX Liceum Óglnokształcące im. Wisławy Szymborskiej w Sosnowcu

Kreatywna matematyka

MICHALINA MALINOWSKA

Wprowadzone pomysły

ZADANIA Z FABUŁĄ

NOTATKI METODĄ CORNELLA

ELEMENTY MINDFULNESS

Zadania z fabułą

NA CZYM POLEGA:

Po zakończeniu omawiania działu "Układy równań" poprosiłam uczniów, aby samodzielnie stworzyli zadania tekstowe z treścią nawiązującą do ich hobby lub ulubionych seriali, książek, gier komputerowych itp.

DZIAŁ:

Układy równań

KLASY:

Pierwsze

CELE:

- Urwalenie wiedzy
- Lepsze zrozumienie omawianego zagadnienia - stworzenie własnego zadania matematycznego wcale nie jest takie proste

② „Balladyna"

Balladyna i Alina pracowały przy zbiorze malin. Balladyna zarobiła 110% tego co Alina i jeszcze 280zł, a Alina dostała 60% tego co Balladyna i jeszcze 240zł. Ile zarobiły siostry?

zarobki $\begin{cases} \text{Balladyna} = x \\ \text{Alina} = y \end{cases}$

$\begin{cases} x = 110\% y + 280 \\ y = 60\% x + 240 \end{cases}$

$\begin{cases} 1{,}1y + 280 = x \\ 0{,}6x + 240 = y \end{cases}$

$\begin{cases} 1{,}1(0{,}6x + 240) + 280 = x \\ 0{,}6x + 240 = y \end{cases}$

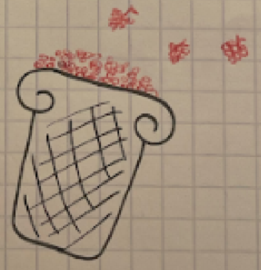
$\begin{cases} 0{,}66x + 264 + 280 = x \\ 0{,}6x + 240 = y \end{cases}$

$\begin{cases} 0{,}66x + 544 = x \\ 0{,}6x + 240 = y \end{cases}$

$\begin{cases} 0{,}66x - x = -544 \\ 0{,}6x + 240 = y \end{cases}$

$\begin{cases} -0{,}34x = -544 \\ 0{,}6 + 240 = y \end{cases}$

$\begin{cases} -0{,}34x = -544 \quad /: (-0{,}34) \\ 0{,}6x + 240 = y \end{cases}$



Czas

Biały Królik znowu się gdzieś spieszył. Udało mu się przebiec 90 kilometrów w ciągu 5 godzin. Część drogi przebiegł przez łąkę z prędkością 20 km/h. Niestety dalsza droga prowadziła przez las, a tam musiał zwolnić. Poruszał się wtedy 15 km/h. Ile czasu Biały królik biegł po łące? Jaką odległość w tym czasie pokonał?

Odpowiedź

$v \cdot t = s$

$s = v \cdot t$

$\begin{cases} 90 = 20t_1 + 15t_2 \quad |:5 \\ 5 = t_1 + t_2 \end{cases}$

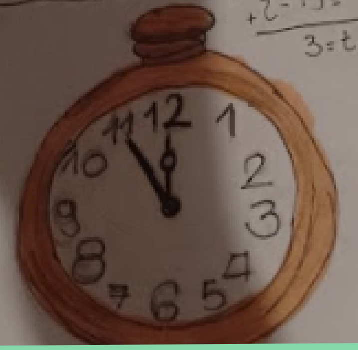
$\begin{cases} 18 = 4t_1 + 3t_2 \\ 5 = t_1 + t_2 \quad |\cdot(-3) \end{cases}$

$\begin{cases} 18 = 4t_1 + 3t_2 \\ -15 = -3t_1 - 3t_2 \end{cases}$

$3 = t_1$

$\boxed{t_1 = 3h \quad t_2 = 2h}$

skoro t_1 to 3h to przebiegł wtedy 60km



zadanie 3

Sarah Cameron i John B Routledge podczas dwudniowej wycieczki do Chapel Hill w poszukiwaniu informacji o skarbie przeszli 25 km. Podczas drugiego dnia przeszli o 7km krótszą trasę niż pierwszego dnia? Ile kilometrów pokonali pierwszego dnia, a ile drugiego?

x = trasa pierwszego dnia (km)

y = trasa drugiego dnia (km)

$y = x - 7$

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ y = x - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + x - 7 = 25 \\ y = x - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 25 + 7 \\ y = x - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 32 \mid :2 \\ y = x - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 16 \\ y = 16 - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 16 \\ y = 9 \end{cases}$$

$16 + 9 = 25$

Odp: Pierwszego dnia przeszli 16km, a drugiego dnia przeszli 9km.

Violet Evergarden, weteranka wojenna zatrudniła się jako osoba pisząca listy dla osób nie potrafiących czytać ani pisać. Znana jest już na całym świecie i ludzie lgną do niej, aby napisała dla nich list. Jednym z jej wiernych klientów jest już 85 letni mężczyzna, który nie potrafi mówić, więc jedyny sposób komunikowania się z córką i wnukami jest przez pisanie. Tym razem Violet została wezwana do szpitala, ponieważ chciał napisać swój ostatni, pożegnalny list. Podupadł na zdrowiu całkowicie, ale nie chciał zostawiać córki i wnucząt bez żadnej informacji. Przez całe jego życie córka i wnuczęta dostały łącznie 350 listów, które trzymali w specjalnym pokoju. Niestety po śmierci ojca, córka nie potrafiła pogodzić się ze stratą i zaczęła odsyłać listy do Violet. Gdy odesłała 25% listów zaadresowanych do siebie i ani jednego dla wnucząt, okazało się, że zostało tyle samo listów dla niej ile dla jej dzieci. Ile listów było dla niej a ile dla dzieci zanim zaczęła je odsyłać?

x - listy dla matki

y - listy dla wnucząt

$$\begin{cases} x + y = 350 \\ y = 0,75x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 0,75x = 350 \\ y = 0,75x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,75x = 350 / :1,75 \\ y = 0,75x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 0,75 \cdot 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$$

Odp. Córka otrzymała 200 listów a wnuki 150 listów.

Notatki metodą Cornella

NA CZYM POLEGA:

Po zakończeniu omawiania działu uczniom zostały przydzielone po trzy zadania, które nie tylko mieli rozwiązać, ale także opisać bazując na schemacie wykorzystywanym w notatkach sporządzanych metodą Cornella. Schemat został przeze mnie nieznacznie zmieniony, żeby można było wykorzystać go także do notatek matematycznych. Zamiast pytań pomocniczych uczniowie mieli zapisać poszczególne kroki towarzyszące rozwiązaniu zadania, a w dolnej sekcji wypisać wzroy, z których skorzystali.

DZIAŁ:

Każdy

KLASY:

Wszystkie

CELE:

- Urwalenie wiedzy
- Poznanie nowego sposoby notowania
- Zapoznawanie uczniów z efektywnymi sposobami nauki

8. Sprawdź, czy równanie ma rozwiązanie.

a) $x^2-3x+\sqrt{5}=0$ b) $x^2+4x+3\sqrt{2}=0$ c) $2x^2-2\sqrt{6}x+3=0$

KROKI

1. wypisujemy a, b i c z równania
2. obliczamy deltę
3. określamy, czy delta jest ujemna, dodatnia, czy równa zeru
4. jeśli $\Delta>0$, to równanie ma 2 rozwiązania; jeśli $\Delta=0$, to równanie ma 1 rozwiązanie; jeśli $\Delta<0$, to równanie nie ma rozwiązań.

a) $x^2-3x+\sqrt{5}=0$

1. $a=1$, $b=-3$, $c=\sqrt{5}$
2. $\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-3)^2-4\cdot1\cdot\sqrt{5}$
$\Delta=9-4\sqrt{5}$
$\Delta=\sqrt{81}-\sqrt{16\cdot5}$
$\Delta=\sqrt{81}-\sqrt{80}$

3. $\Delta>0$
4. równanie ma 2 rozwiązania

b) $x^2+4x+3\sqrt{2}=0$

1. $a=1$, $b=4$, $c=3\sqrt{2}$
2. $\Delta=4^2-4\cdot1\cdot3\sqrt{2}$

$\Delta=16-4\cdot3\sqrt{2}$
$\Delta=16-12\sqrt{2}$
$\Delta=\sqrt{256}-\sqrt{144\cdot2}$
$\Delta=\sqrt{256}-\sqrt{288}$

3. $\Delta<0$
4. równanie nie ma rozwiązań

c) $2x^2-2\sqrt{6}x+3=0$

1. $a=2$, $b=-2\sqrt{6}$, $c=3$
2. $\Delta=(-2\sqrt{6})^2-4\cdot2\cdot3$

$\Delta=4\cdot6-8\cdot3$
$\Delta=24-34$
$\Delta=-10$

3. $\Delta<0$
4. równanie nie ma rozwiązań

WYKORZYSTANE WZORY / WŁASNOŚCI

1. $\Delta=b^2-4ac$ DELTA
2. $f(x)=ax^2+bx+c$ i wyróżnik Δ LICZBA MIEJSC ZEROWYCH FUNKCJI KWADRATOWEJ

Zadanie 15

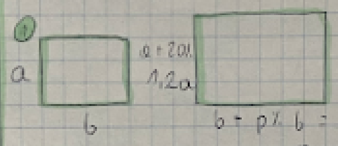
W prostokącie jeden bok wydłużono o 20% a drugi o p% i otrzymano prostokąt, którego pole jest o 50% większe od wyjściowego. Oblicz p.

KROKI

1. Rysuję schemat prostokąta i zaznaczam najważniejsze informacje
2. Ustalam założenia a, b > 0
3. Obliczam pole
4. Wyliczam p

$a, b>0$ (2)

(1)



$b+p\%\,b=b+\frac{p}{100}b=b\left(1+\frac{p}{100}\right)$

(3) $P_1=ab$ $p\%=\frac{p}{100}$

$P_2=1{,}2a\cdot b\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)$

$P_2=1{,}5ab$

(4) $1{,}5ab=1{,}2ab\left(1+\frac{p}{100}\right)\ /:ab$, bo $a>0$, $b>0$

$1{,}5=1{,}2\left(1+\frac{p}{100}\right)$

$1{,}5=1{,}2+\frac{1{,}2p}{100}\ /\cdot100$

$150=120+1{,}2p$

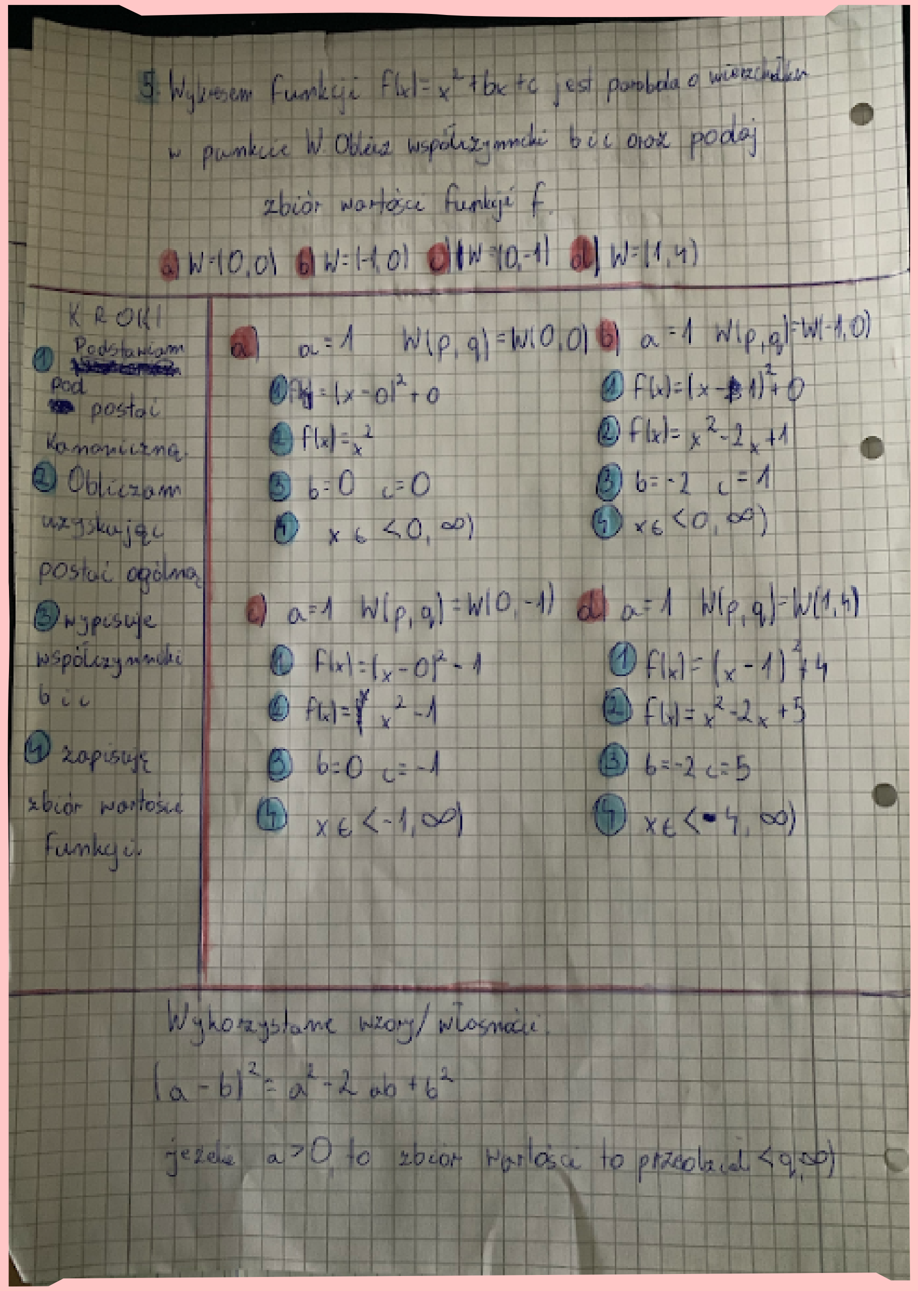
$30=1{,}2p\ /:1{,}2$

$p=25$

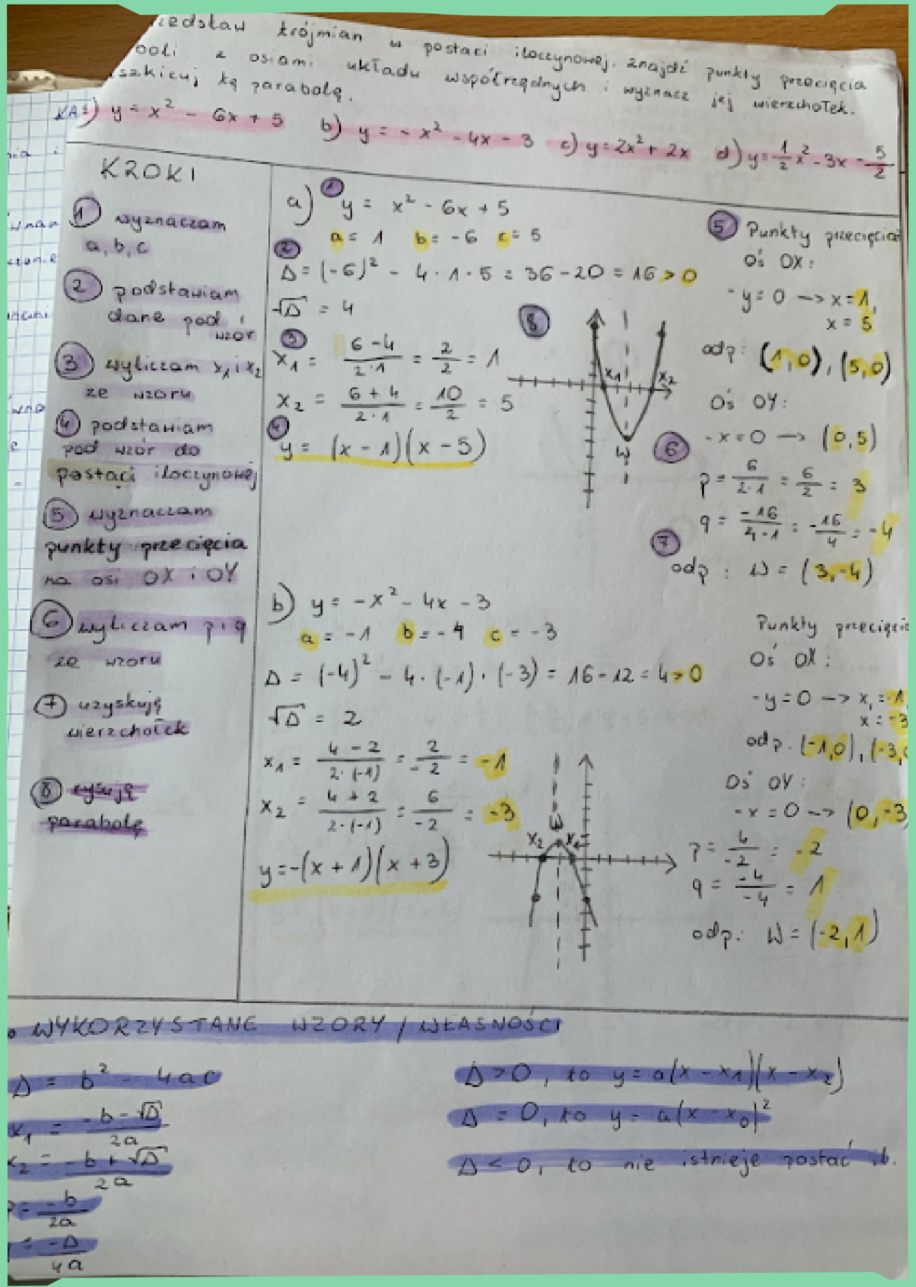
$p\%=25\%$

WYKORZYSTYWANE WZORY / WŁASNOŚCI:

1. $P_{\square}=a\cdot b$



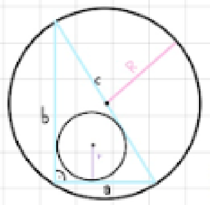
5. Wykresem funkcji $f(x)=x^2+bx+c$ jest parabola o wierzchołku w punkcie W. Oblicz współczynniki b i c oraz podaj zbiór wartości funkcji f.
a) $W=(0,0)$ b) $W=(-1,0)$ c) $W=(0,-1)$ d) $W=(1,4)$
KROKI
1 Podstawiam pod postać kanoniczną.
2 Obliczam uzyskując postać ogólną
3 wypisuję współczynniki b i c
4 zapisuję zbiór wartości funkcji
a) $a=1$ $W(p,q)=W(0,0)$
1 $f(x)=(x-0)^2+0$
2 $f(x)=x^2$
3 $b=0$ $c=0$
4 $x \in \langle 0, \infty)$
b) $a=1$ $W(p,q)=W(-1,0)$
1 $f(x)=(x+1)^2+0$
2 $f(x)=x^2+2x+1$
3 $b=2$ $c=1$
4 $x \in \langle 0, \infty)$
c) $a=1$ $W(p,q)=W(0,-1)$
1 $f(x)=(x-0)^2-1$
2 $f(x)=x^2-1$
3 $b=0$ $c=-1$
4 $x \in \langle -1, \infty)$
d) $a=1$ $W(p,q)=W(1,4)$
1 $f(x)=(x-1)^2+4$
2 $f(x)=x^2-2x+5$
3 $b=-2$ $c=5$
4 $x \in \langle 4, \infty)$
Wykorzystane wzory/ własności
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
jeżeli $a>0$, to zbiór wartości to przedział $\langle q, \infty)$



…rzedstaw trójmian w postaci iloczynowej. Znajdź punkty przecięcia …oli z osiami układu współrzędnych i wyznacz jej wierzchołek. …szkicuj tą parabolę.
a) $y=x^2-6x+5$ b) $y=-x^2-4x-3$ c) $y=2x^2+2x$ d) $y=\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{5}{2}$
KROKI
1 wyznaczam a, b, c
2 podstawiam dane pod wzór
3 wyliczam x_1 i x_2 ze wzoru
4 podstawiam pod wzór do postaci iloczynowej
5 wyznaczam punkty przecięcia na osi OX i OY
6 wyliczam p i q ze wzoru
7 uzyskuję wierzchołek
8 ~~rysuję~~ parabolę
a) $y=x^2-6x+5$
$a=1$ $b=-6$ $c=5$
$\Delta=(-6)^2-4\cdot1\cdot5=36-20=16>0$
$\sqrt{\Delta}=4$
$x_1=\frac{6-4}{2\cdot1}=\frac{2}{2}=1$
$x_2=\frac{6+4}{2\cdot1}=\frac{10}{2}=5$
$y=(x-1)(x-5)$
5 Punkty przecięcia
Oś OX:
$y=0 \to x=1, x=5$
odp: $(1,0), (5,0)$
Oś OY:
$x=0 \to (0,5)$
6 $p=\frac{6}{2\cdot1}=\frac{6}{2}=3$
$q=\frac{-16}{4\cdot1}=-\frac{16}{4}=-4$
7 odp: $W=(3,-4)$
b) $y=-x^2-4x-3$
$a=-1$ $b=-4$ $c=-3$
$\Delta=(-4)^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)=16-12=4>0$
$\sqrt{\Delta}=2$
$x_1=\frac{4-2}{2\cdot(-1)}=\frac{2}{-2}=-1$
$x_2=\frac{4+2}{2\cdot(-1)}=\frac{6}{-2}=-3$
$y=-(x+1)(x+3)$
Punkty przecięcia
Oś OX:
$y=0 \to x_1=-1, x=-3$
odp. $(-1,0), (-3,0)$
Oś OY:
$x=0 \to (0,-3)$
$p=\frac{4}{-2}=-2$
$q=\frac{-4}{-4}=1$
odp: $W=(-2,1)$
WYKORZYSTANE WZORY / WŁASNOŚCI
$\Delta=b^2-4ac$
$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$p=\frac{-b}{2a}$
$q=\frac{-\Delta}{4a}$
$\Delta>0$, to $y=a(x-x_1)(x-x_2)$
$\Delta=0$, to $y=a(x-x_0)^2$
$\Delta<0$, to nie istnieje postać ib.

8. Promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym jest równy 12,5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 3. Oblicz pole tego trójkąta.

1. c obliczamy ze związków miarowych w trójkącie prostokątnym
2. następnie obliczamy sumę pozostałych ramion trójkąta ze wzoru: $r = \frac{a+b-c}{2}$
3. by móc skorzystać ze wzoru na p: $p = \frac{a+b+c}{2}$
4. następnie korzystamy z obliczonych danych, by wyliczyć pole ze wzoru: $P_\Delta = p \cdot r$



$R = 12{,}5$

$r = 3$

$R = \frac{1}{2}c$

1. $12{,}5 = \frac{1}{2}c \quad / \cdot 2$

   $25 = c$

2. $3 = \frac{a+b-25}{2} \quad / \cdot 2$

   $6 = a+b-25 \quad / +25$

   $31 = a+b$

3. $p = \frac{31+25}{2} = \frac{56}{2} = 28$

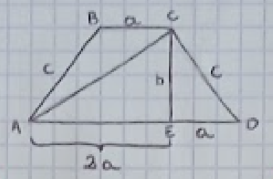
4. $P_\Delta = 28 \cdot 3 = 84$

Wykorzystane wzory:

$R = \frac{1}{2}c$, $r = \frac{a+b-c}{2}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$, $P_\Delta = p \cdot r$

35. W trapezie równoramiennym przekątna ma długość $8\sqrt{5}$ cm, wysokość jest równa 8 cm, a stosunek długości podstawy wynosi 1:3. Oblicz pole i obwód tego trapezu

1. Obliczam 2a w trójkącie CEA
2. Obliczam przeciwprostokątną w trójkącie ECD
3. Obliczam Obwód
4. Obliczam pole



$|CE| = 8 = b$

$|AC| = 8\sqrt{5}$

1. $|AE|^2 + |CE|^2 = |CA|^2$

   $(2a)^2 + 8^2 = (8\sqrt{5})^2$

   $(2a)^2 + 64 = 64\sqrt{5}$

   $(2a)^2 = 64 \cdot 5 - 64$

   $(2a)^2 = \sqrt{256}$

   $2a = 16 \quad / : 2$

   $a = 8$

2. $b^2 + a^2 = c^2$

   $8^2 + 8^2 = c^2$

   $64 + 64 = 128$

   $c = 8\sqrt{2}$

3. $4a + 2c = 32 + 2 \cdot 8\sqrt{2} = 32 + 16\sqrt{2}$ cm²

4. $P = \frac{(8+24) \cdot 8}{2} = 128$ cm²

WYKORZYSTANE WZORY

Pole trapezu $P = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$ Obwód trapezu $a + 3a + 2 \cdot c$

Pitagoras $a^2 + b^2 = c^2$

Elementy Mindfulness

NA CZYM POLEGA:

Każde zajęcia w klasie pierwszej rozpoczynałam od ćwiczeń oddechowych, pokazałam także uczniom prezentację, dzięki której dowiedzieli się czym jest mindfullness i dlaczego warto go praktykować. Ocz czasu do czasu robiłam także przerwę w matematyce, którą poświęcaliśmy na krótkie ćwiczenia fizyczne.

KLASY:

Pierwsze

CELE:

- Poprawa koncentracji
- Redukcja stresu